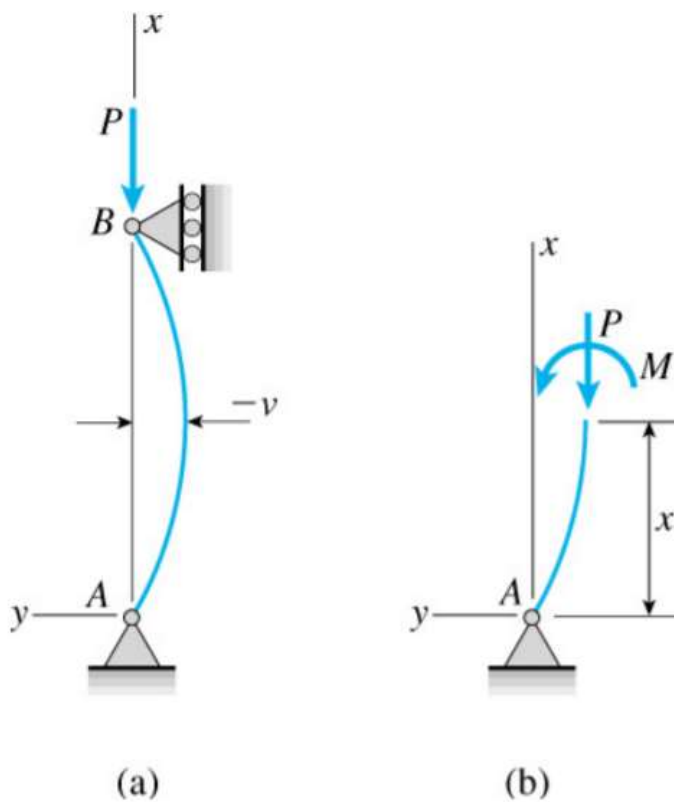


Universidade Federal de Pernambuco
 Projeto Estrutural
 Prof - Adriano Dayvson
 Engenharia Naval
[adrianodayvson.github.io](https://github.com/adrianodayvson)



FLAMBAGEM DE COLUNAS

Flambagem é a perda de estabilidade de uma estrutura quando a mesma é submetida a uma carga axial de compressão. Essa perda de estabilidade pode ocorrer mesmo com o material trabalhando no regime elástico, o que significa que as tensões atuantes na estrutura são menores do que a tensão de escoamento do material. É este tipo de flambagem que este material aborda.



Equação Diferencial da curva de deflexão

$$EIv'''' = M; M = -Pv; EIv'''' = -Pv \quad (1)$$

(Equação linear homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes)

-Solução da equação diferencial-

Notação:

$$k := \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

A solução geral da equação (1) é:

$$v := C_1 \cdot \sin(k \cdot x) + C_2 \cdot \cos(k \cdot x)$$

As duas condições de contorno são determinadas pelas condições de contorno nas extremidades da coluna. Como $v=0$ em $x=0$, então $C_2=0$. E como $v=0$ em $x=L$, então:

$$C_1 \cdot \sin(k \cdot L) = 0$$

A equação acima é satisfeita se: $k \cdot L = n \cdot \pi$ ou $L := \frac{n \cdot \pi}{k}$

Ou

$$P := \frac{n^2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

Assim teremos o menor valor para P quando $n=1$, desta forma a carga crítica é:

$$P_{cr} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}$$

P_{cr} - Carga crítica na coluna antes da flambagem. Também conhecida como carga de Euler em homenagem ao matemático suíço Leonhard Euler que solucionou o problema em 1757.

E - módulo de elasticidade

I - O menor momento de inércia da seção transversal

L - Comprimento da coluna

A carga crítica também pode ser escrita em função do raio de giração

$$I := A \cdot r^2$$

onde r é o raio de giração da seção

Dessa forma podemos encontrar a tensão crítica:

$$\sigma_{cr} := \frac{\pi^2 \cdot E}{\left(\frac{L}{r}\right)^2}$$

Em flambagem costuma-se calcular o índice de esbeltez das colunas utilizando a seguinte expressão: +

$$\lambda := \frac{L}{r}$$

Assim pode-se escrever a expressão da tensão crítica da seguinte forma:

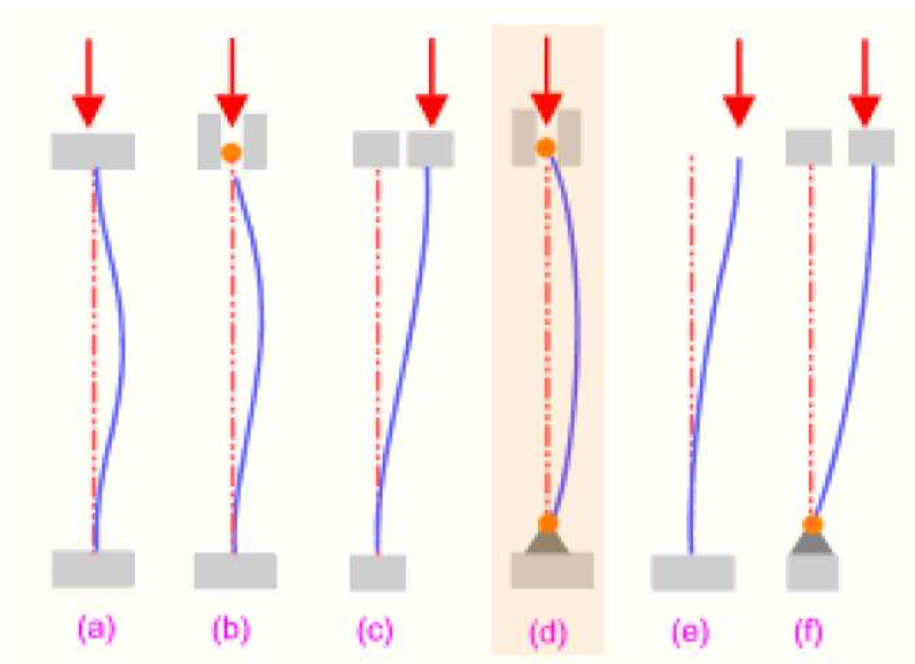
$$\sigma_{cr} := \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$$

Em função dos tipos de apoios nos extremos de cada coluna, a mesma pode flambar de diversas formas como pode ser observado nas imagens a seguir:



Para calcular os vários tipos de flambagem deve-se considerar um comprimento equivalente da coluna em função de cada condição de contorno específica.

Observando a figura e a tabela à seguir podemos encontrar os valores dos comprimentos equivalentes teóricos e práticos para utilização nos cálculos



Tipo	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
$L_{\text{teórico}}$	0,5L	0,7L	1,0L	1,0L	2,0L	2,0L
$L_{\text{prático}}$	0,65L	0,8L	1,2L	1,0L	2,1L	2,0L

Exemplo 01 - Cilindro Maciço

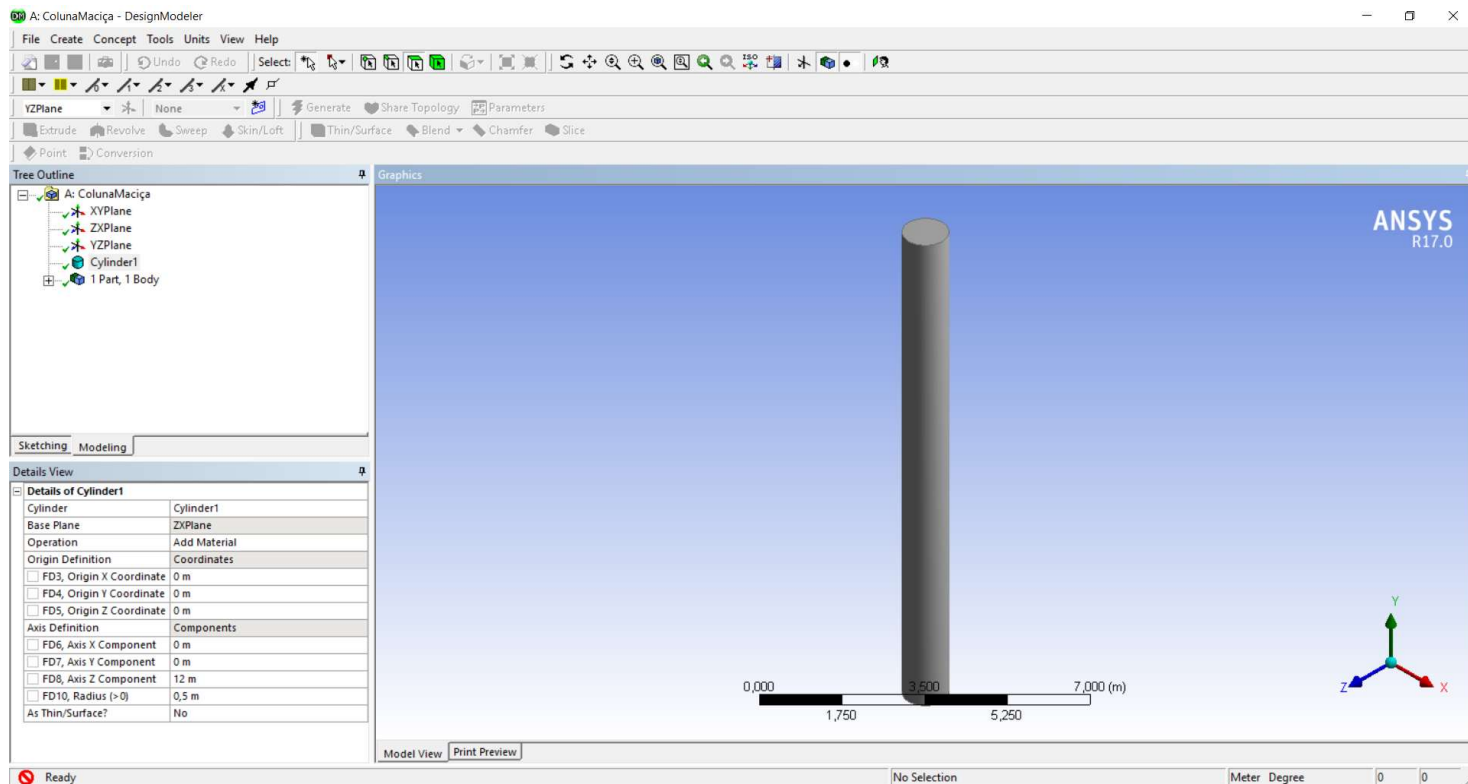


Figura 01 - Geometria do cilindro maciço

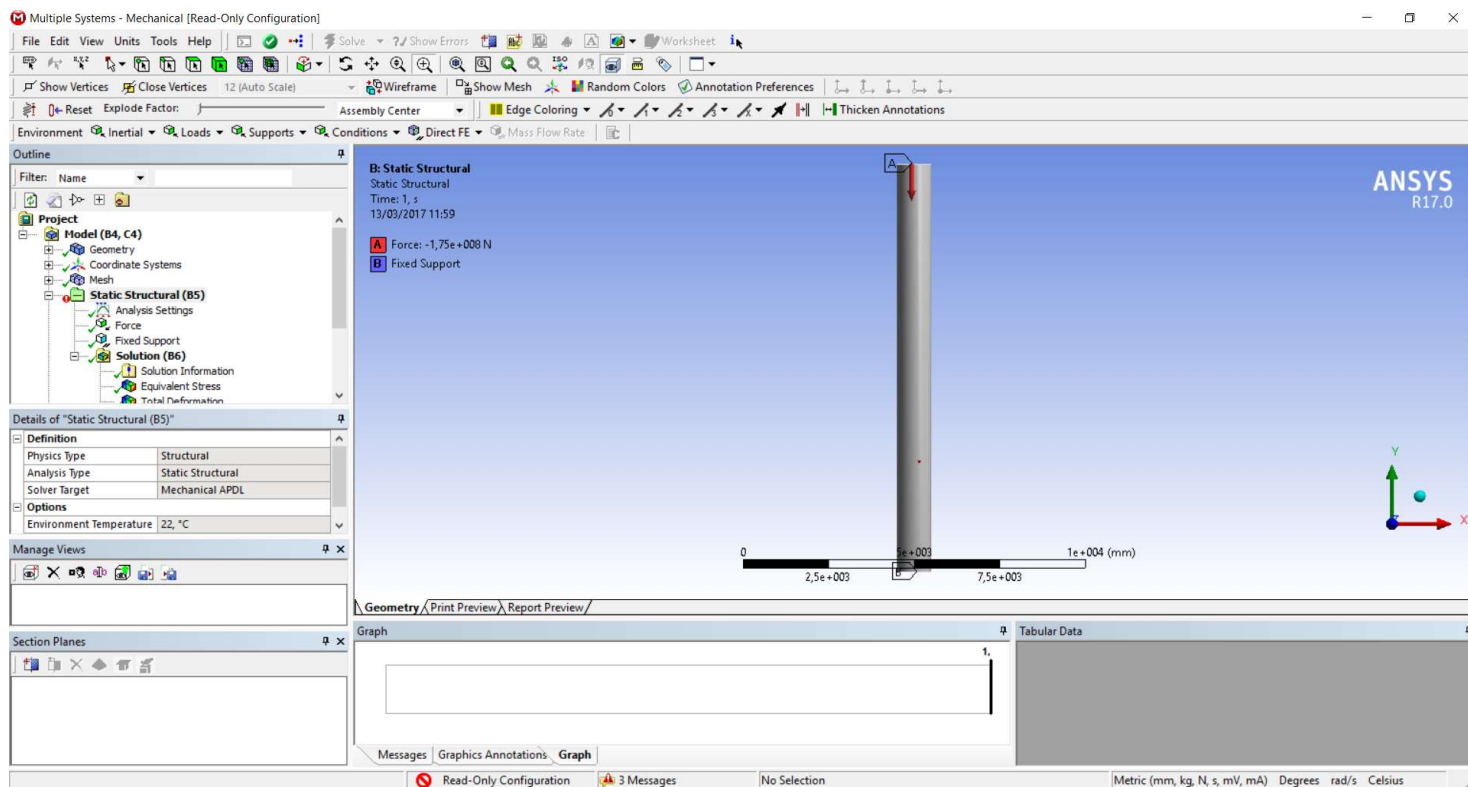


Figura 02 - Condições de Contorno e Carregamento

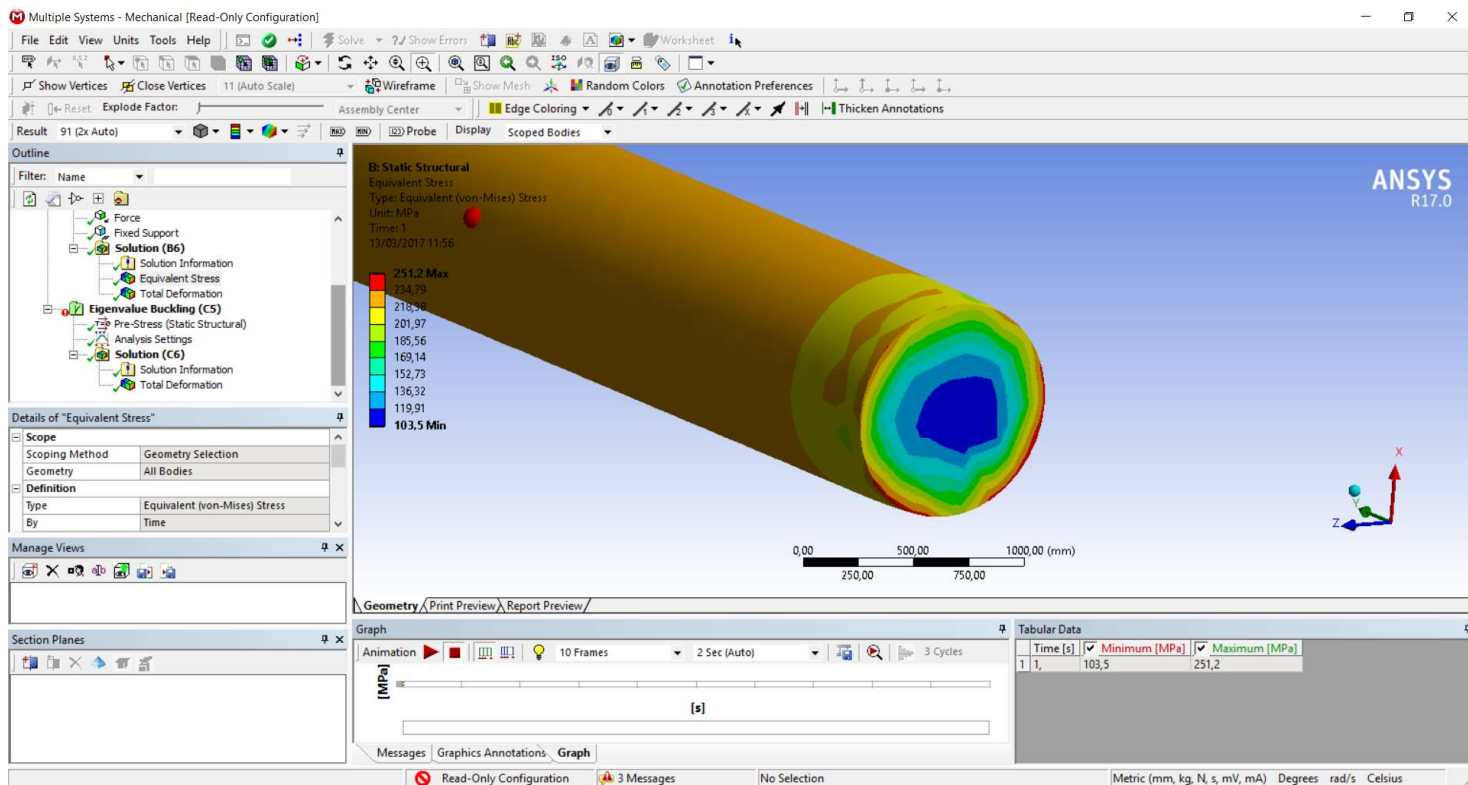


Figura 03 - Tensões de von Mises

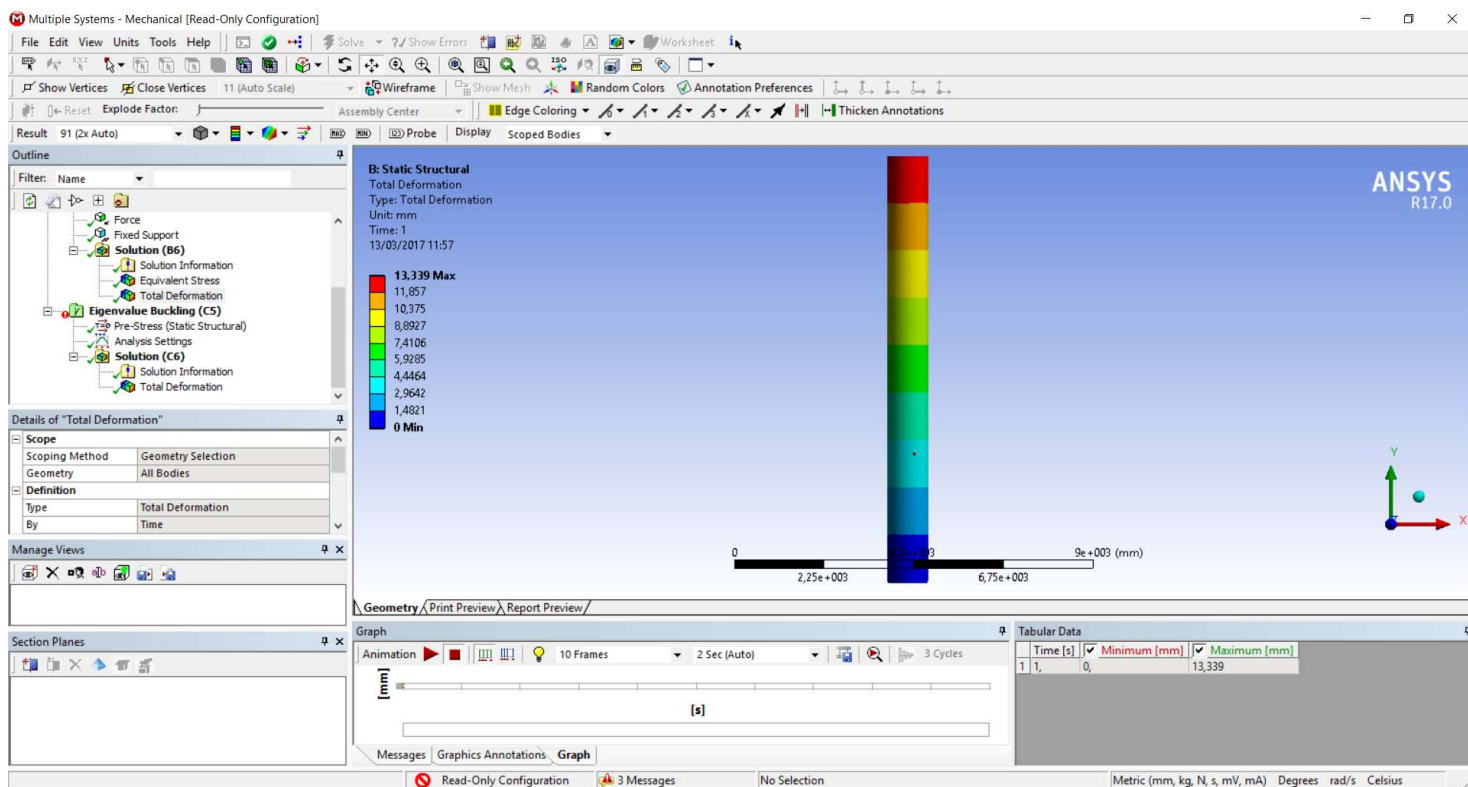


Figura 04 - Deformações

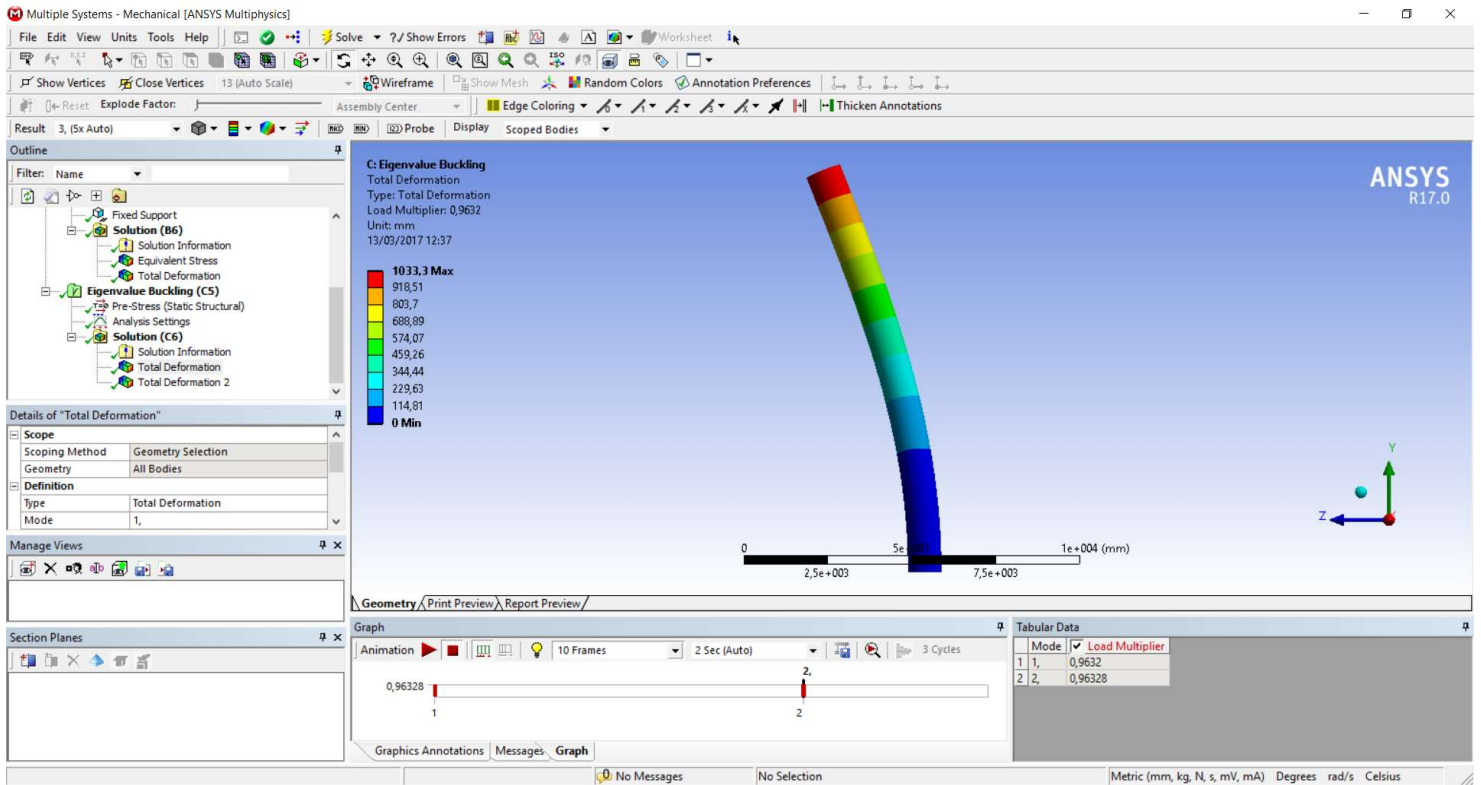


Figura 05 - Flambagem 1º modo

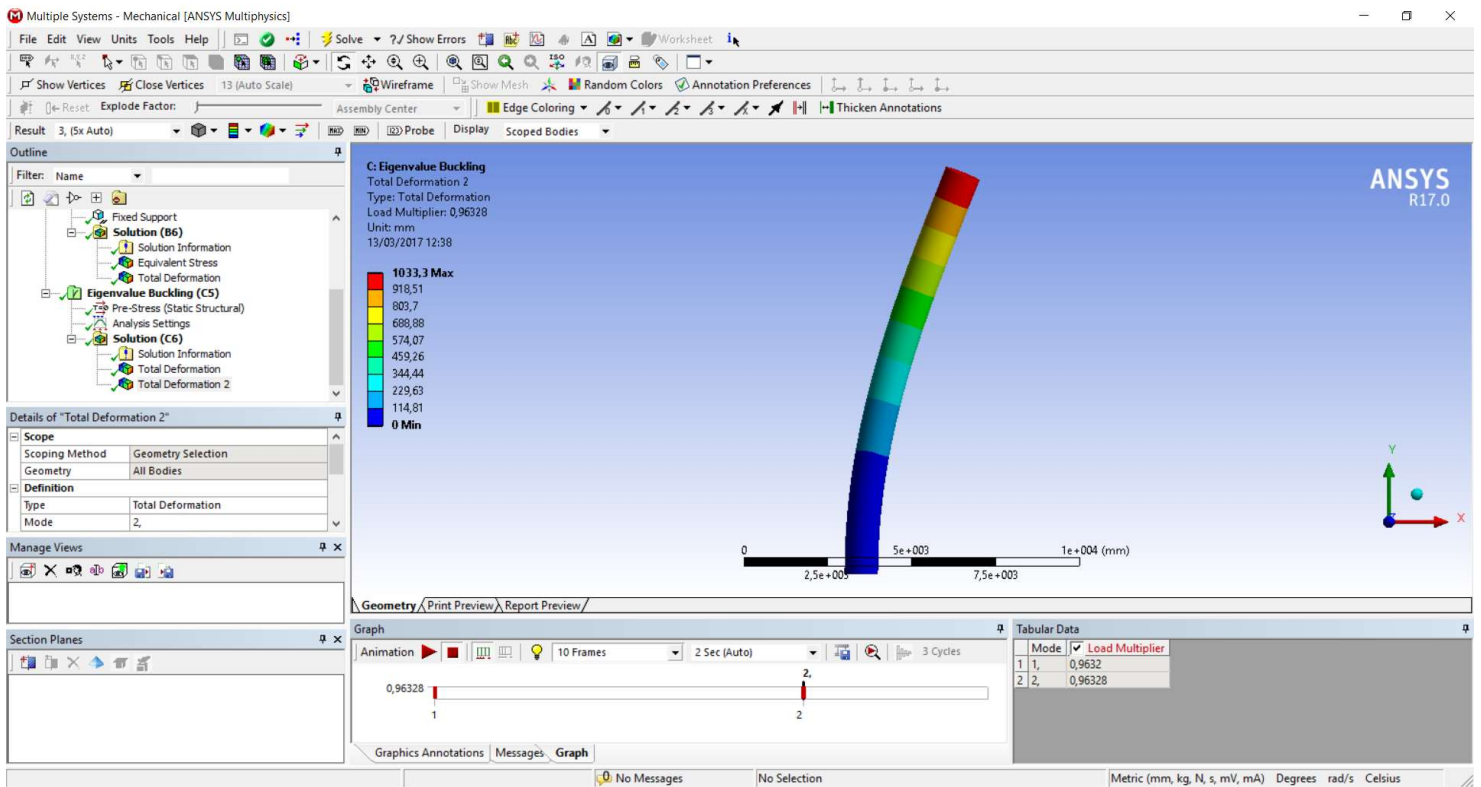


Figura 06 - Flambagem 2º modo

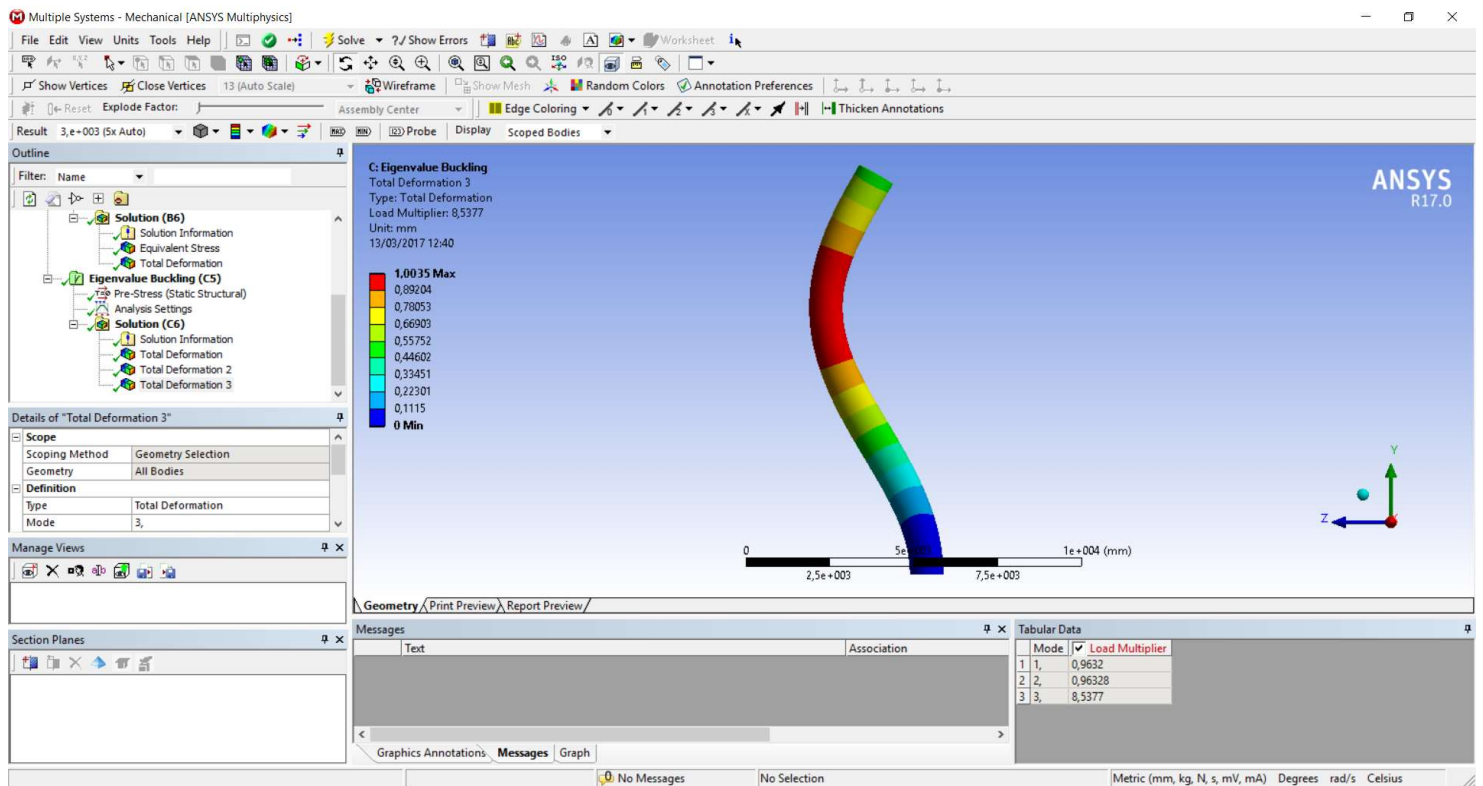


Figura 07 - Flambagem 3° modo

Exemplo 02 - Tubo

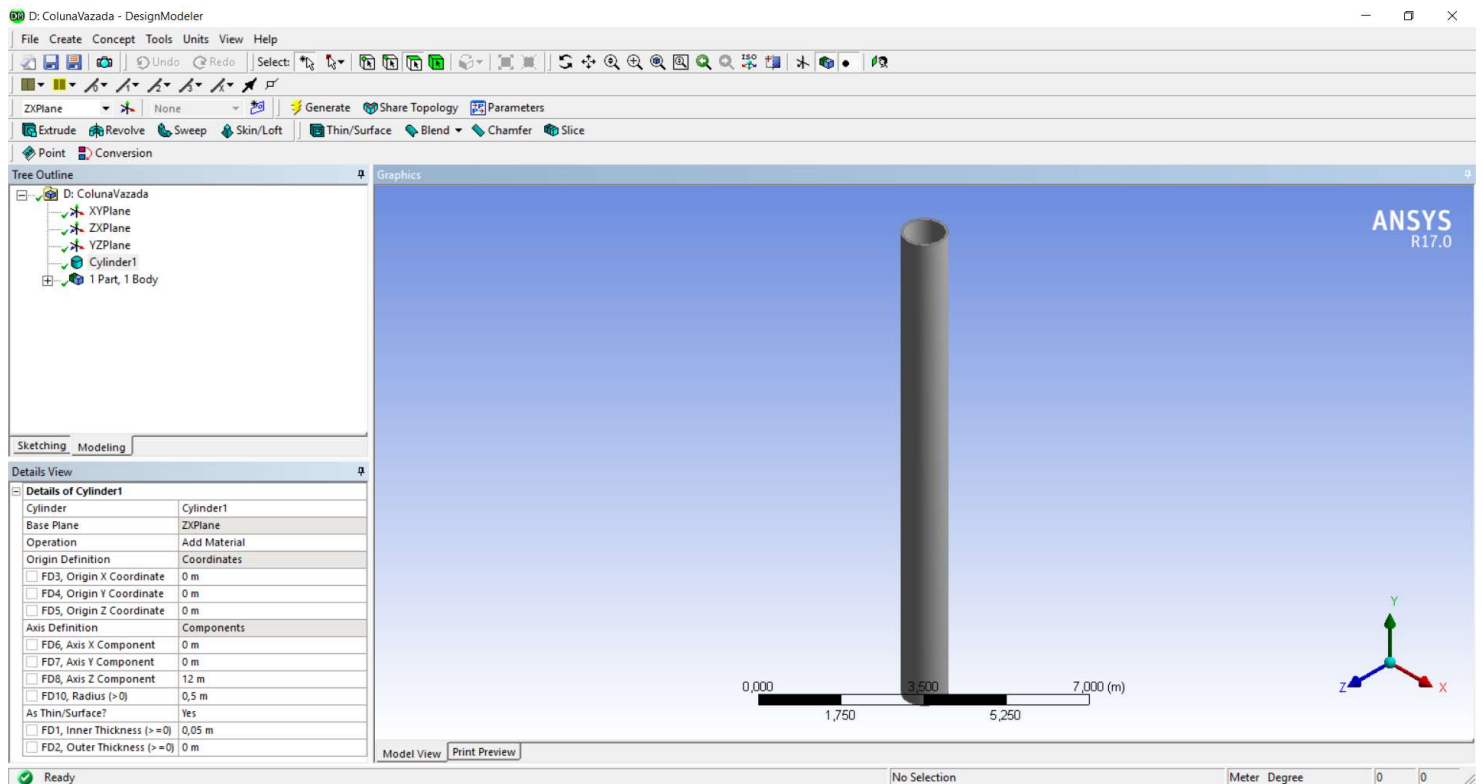


Figura 08 - Geometria do Tubo

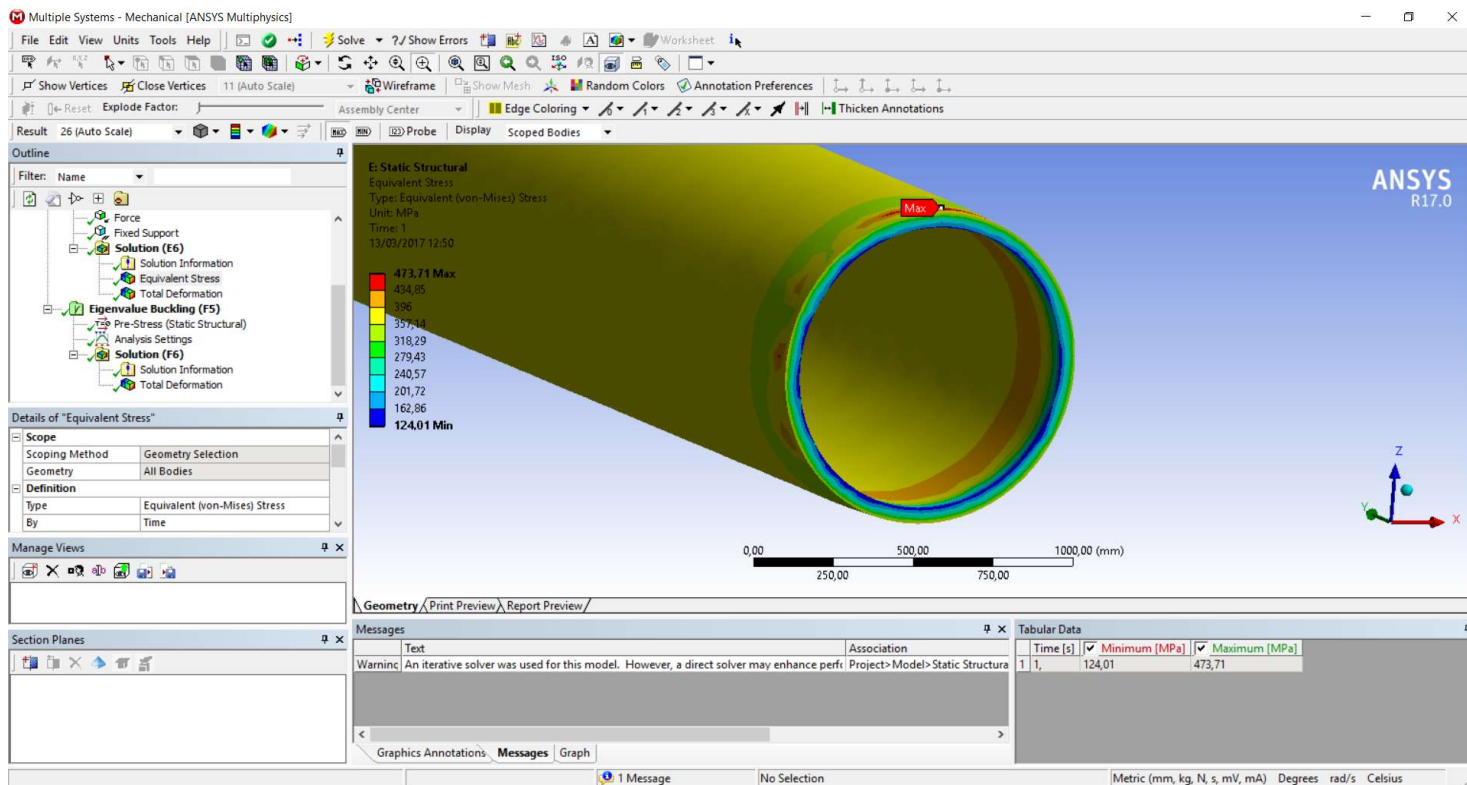


Figura 09 - Tensões de von Mises

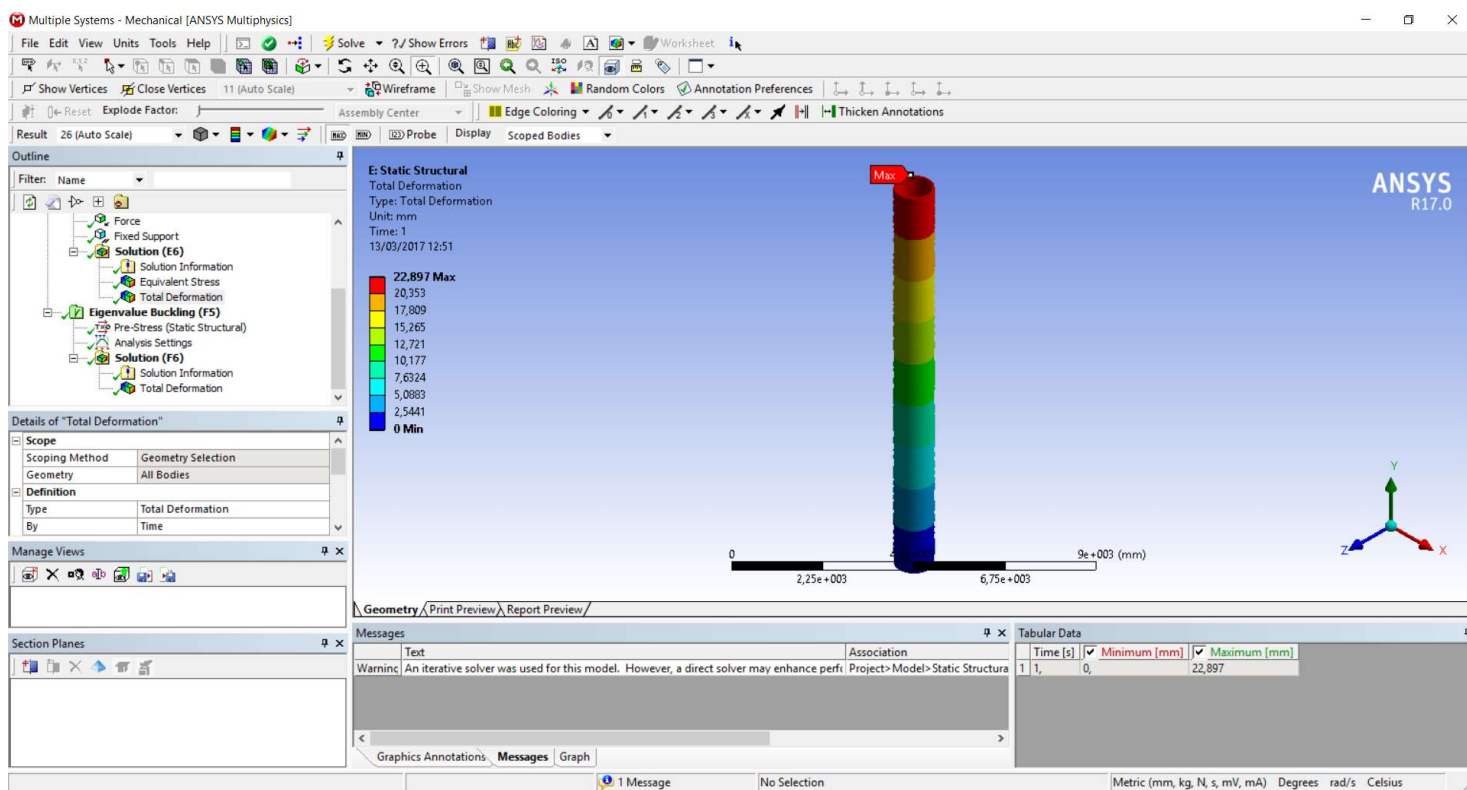


Figura 10 - Deformações no tubo

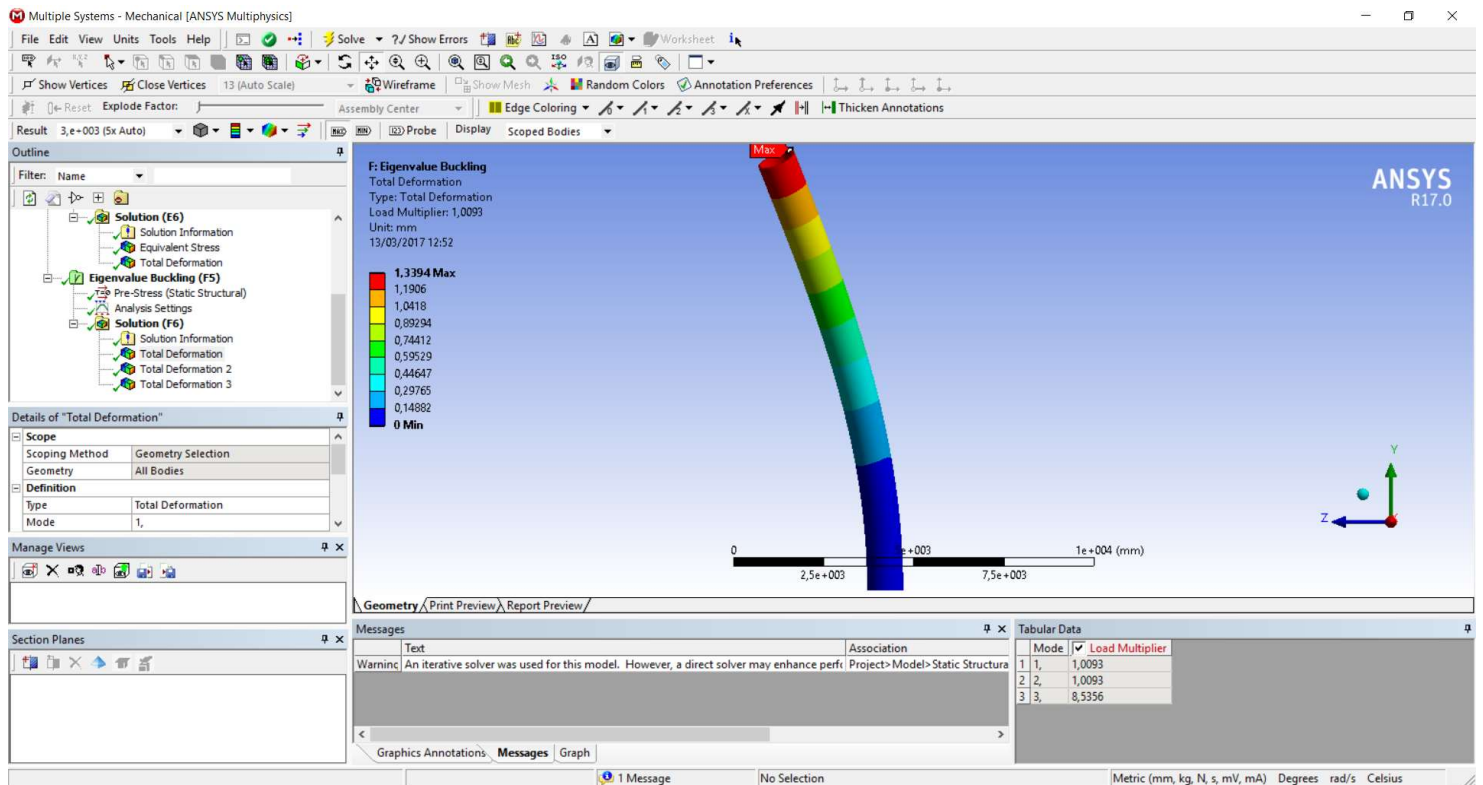


Figura 10 - Flambagem 1° modo

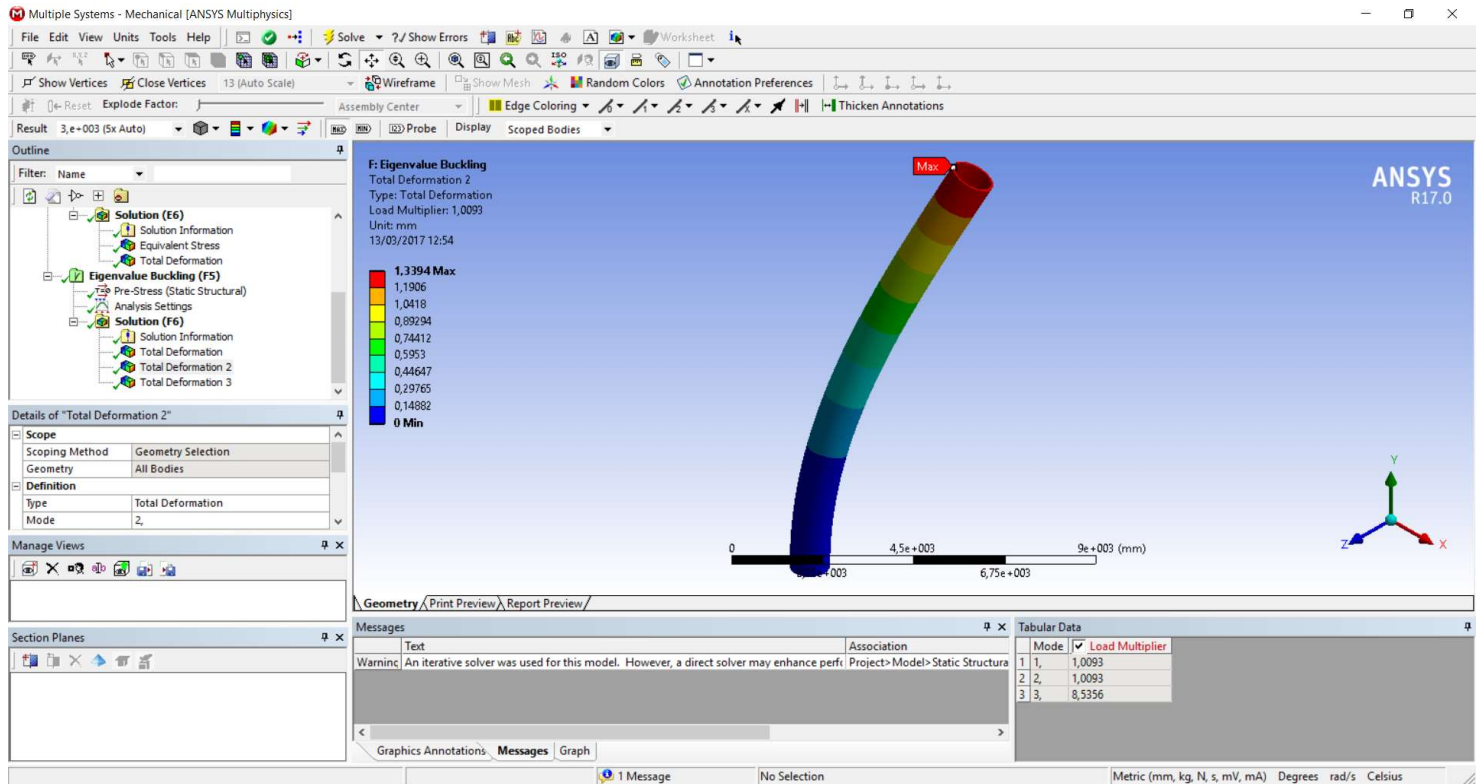


Figura 11 - Flambagem 2° modo

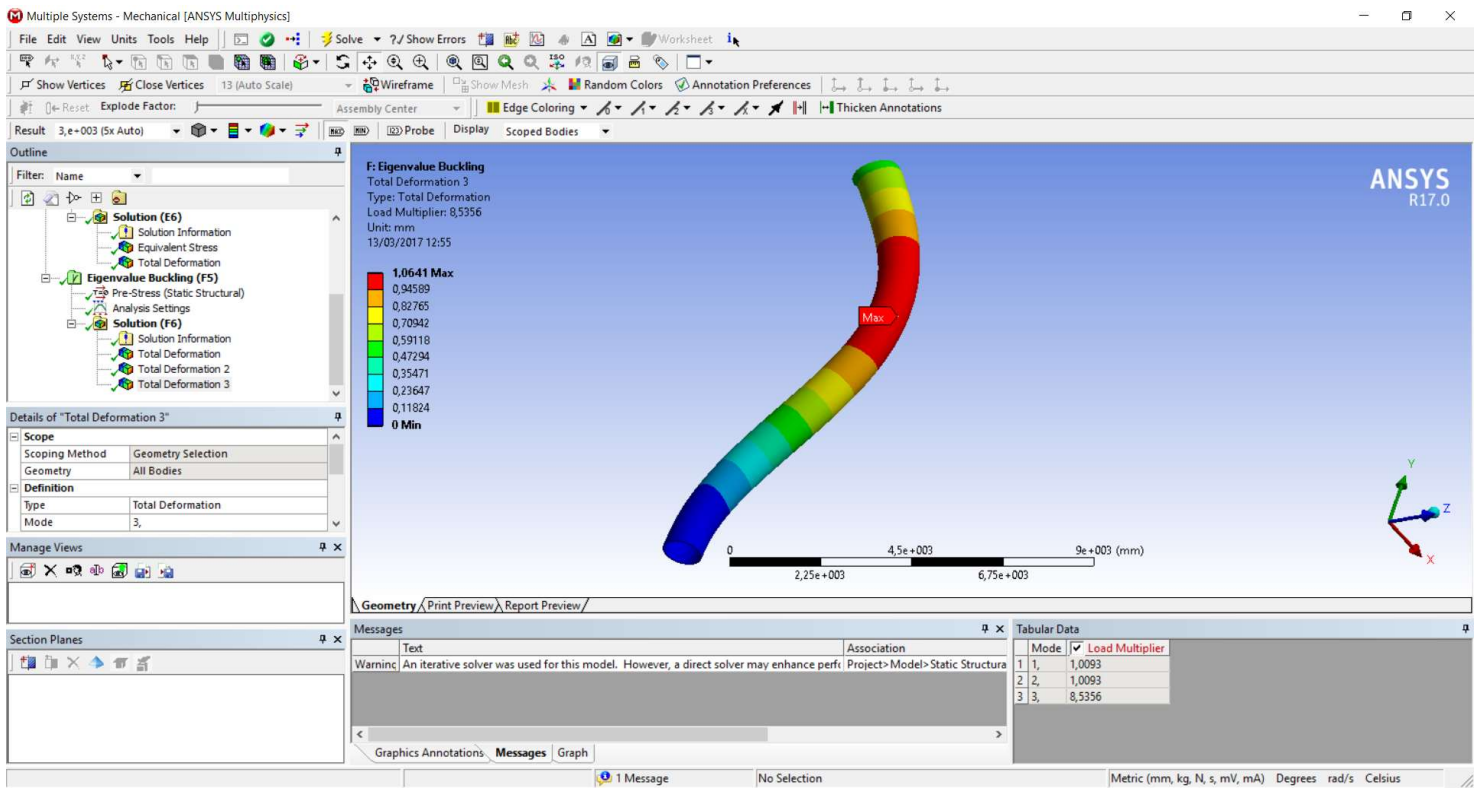


Figura 12 - Flambagem 3º modo